Mechanik-Quiz Nr. 9 SS 2008

1. Gegeben sei ein homogenes lineares Gleichungssystem
$$\sum_{j=1}^{n} A_{ij} x_j = 0$$
mit der Koeffizientenmatrix A_{ij}, $i, j = 1, \ldots, n$. Wie lautet die Bedingung für die Existenz einer nichttrivialen Lösung x_i, $i = 1, \ldots, n$?

2. Wie lautet die Euler-Lagrange-Gleichung zur Lagrange-Funktion $L(q(t), \dot{q}(t), t)$?

3. Welche Erhaltungsgröße gibt es für ein System, das durch eine Lagrangefunktion beschrieben wird, die nur von $\dot{q}$ abhängt?

4. Für den dreidimensionalen harmonischen Oszillator mit der Lagrangefunktion $L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(k_1 x^2 + k_2 y^2 + k_3 z^2)$ formuliere man die Bewegungsgleichungen.

5. Gegeben ist die Lagrangefunktion $L(q, \dot{q}, t)$. Wie ist der verallgemeinerte Impuls formuliert? Wie lautet die zugehörige Hamilton-Funktion?

6. Bestimmen Sie die Lösungen x, y von
$$\begin{pmatrix} 2a & -a \\ -a & 2a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0.$$